

Nom:

Prénom:

### Last-survivor annuity

On considère le cas particulier d'un contrat d'assurance "en cas de vie" qui donne lieu, au bénéfice d'un couple, au versement d'une rente après une certaine date, jusqu'à la mort du dernier (deuxième) conjoint. De tels contrats sont utilisés principalement dans les pays anglo-saxons pour garantir un revenu pendant la retraite, et sont appelés "last-survivor annuity". Le coût d'un tel contrat pour la compagnie d'assurance dépend de la probabilité de survie des deux conjoints. Sachant que les durées de vie de deux conjoints ne sont pas indépendantes, on s'intéresse à la probabilité jointe de survie des deux membres du couple.

1. Soient respectivement  $F_F(x)$  et  $F_H(x)$  les fonctions de répartition de la durée de vie d'une femme et d'un homme. Indiquez comment représenter la fonction de répartition jointe de la durée de vie de deux conjoints à l'aide d'une copule (théorème de Sklar).
2. Supposez que l'on dispose de la base de donnée d'une compagnie d'assurance avec les dates de naissance et de décès de conjoints ayant acheté un contrat de "last-survivor annuity". Indiquez une méthode pour estimer les paramètres de la copule.
3. Indiquez comment tester l'adéquation du modèle, et les problèmes qui peuvent survenir lors de ce test.
4. On suppose que les durées de vie marginales suivent une loi de Weibull, et que la dépendance est modélisée par une copule de Frank. Pour simplifier l'exercice, on considère un produit où une rente annuelle constante  $V$  est versée dès le début du contrat. Le taux d'intérêt est supposé constant et égal à  $r$ . En prenant une approche d'assureur, décrivez une méthode numérique par simulations pour obtenir la valeur d'un tel produit.
5. Décrivez de manière explicite les différentes étapes pour générer des réalisations de durées de vie de deux conjoints, en se basant sur le théorème de Sklar.
6. La méthode d'évaluation ci-dessus est-elle toujours valable si l'on se place dans l'environnement d'un trader sur produits dérivés de tels contrats d'assurance? Prendre une approche de type financier a-t-il un sens? Justifiez votre réponse.